

2.5.1 Poměr

Předpoklady: základní početní operace, 010110

Př. 1: Při výrobě betonu se smíchává písek (bílý, zvaný na Strakonicku „chlumák“) s cementem v poměru 4:1. Co tato věta znamená?

Správná odpověď může znít různě. Některé varianty:

- a) písku je v betonu čtyřikrát víc
- b) na každou lopatu cementu, musíme přidat čtyři lopaty písku
- c) kdybychom vydělili hmotnost písku v betonu, hmotností cementu, dostali bychom čtyři.

...

Pedagogická poznámka: Při kontrole řešení říkám žákům, že schopnost vyjádřit poznatek různými způsoby napovídá o skutečném pochopení.

Poznámka: Ve všech následujících úkolech budeme zanedbávat fakt, že do betonu se mimo písek a cement přidává i voda.

Poznámka: Ve všech následujících úkolech nebudeme rozlišovat „objemový“ (lopaty) poměr a hmotnostní (kg) poměr.

Př. 2: Kolik písku musíme přidat ke 12 lopatám cementu.

Písku je čtyřikrát víc.

$$x = 4 \cdot 12 = 48$$

Musíme přidat 48 lopat písku.

Př. 3: Kolik cementu je třeba přidat k 80 lopatám písku.

Cementu je čtyřikrát méně než písku.

$$x = \frac{80}{4} = 20$$

Musíme přidat 20 lopat cementu.

Př. 4: Kolik cementu a kolik písku bude třeba k přípravě 500 kg betonu.

Pokud mícháme v poměru 4:1 – dáváme dohromady 5 dílů (čtyři písku a jeden cementu) \Rightarrow zjistíme hmotnost jednoho dílu: $500 : 5 = 100 \text{ kg}$.

Cementu dáváme jeden díl $\Rightarrow 100 \text{ kg}$.

Písku čtyři díly: $4 \cdot 100 = 400 \text{ kg}$.

K přípravě 500 kg betonu potřebujeme 100 kg cementu a 400 kg písku.

Pedagogická poznámka: Pokud se objeví řešení $4x + x = 500$, mělo by se napsat na tabuli a rozebrat.

- Př. 5:** Jarda pomáhal tátovi s mícháním betonu. Které směsi namíchal správně?
- a) 8 lopat cementu, 32 lopat písku b) 6 lopat cementu, 28 lopat písku,
 c) 11 lopat písku, 44 lopat cementu d) 7 a půl lopaty cementu, 30 lopat písku.

Ve všech případech můžeme například kontrolovat, zda je písku čtyřikrát více.

a) 8 lopat cementu, 32 lopat písku

$32 : 8 = 4 \Rightarrow$ správný poměr.

b) 6 lopat cementu, 28 lopat písku

$28 : 6 = 4,66\dots \Rightarrow$ špatný poměr.

c) 11 lopat písku, 44 lopat cementu

$11 : 44 = 0,25 \Rightarrow$ špatný poměr (ani jsme nemuseli počítat. Na první pohled vidíme, že poměr je špatný, protože je více cementu než písku).

d) 7 a půl lopaty cementu, 30 lopat písku

$30 : 7,5 = 4 \Rightarrow$ správný poměr.

Pedagogická poznámka: První dva body jsou jasné, bod c) je chyták na pozornost (ale při kontrole je dobré zmínit, že počítání je zcela zbytečné). Bod d) většina žáků vyřeší, ale metody se různí (dělení 7,5 není úplně běžné). Během kontroly se snažíme najít co nejvíce způsobů, jak zadání vyřešit („rozšíření“ na $350 : 75$, vynásobení dvěma, rozdělení $30 = 28 + 2$ a $7 + 0,5$, ...).

- Př. 6:** Jirka tvrdí, že cement představuje čtvrtinu betonu. Je to pravda?

Není to pravda. V betonu je jeden díl cementu a čtyři díly písku \Rightarrow dohromady pět dílů.

Cement je jeden z pěti dílů \Rightarrow cement představuje jednu pětinu betonu.

Pedagogická poznámka: Předchozí příklad je hračka pro žáky, kteří pochopili příklad 4. Pokud někdo udělá chybu, je třeba začít dávat pozor.

- Př. 7:** Petra míchá růžovou barvu tím, že míchá červenou s bílou v poměru $2 : 5$. Dá tedy do kýble 2 odměrky červené a 5 odměrek bílé. Moc barvy však nezískala. Jaké jiné množství barev může do kýble dát?

Další možnosti:

červená	2	4	6	8	10	12	14	16	$2k$
bílá	5	10	15	20	25	30	35	40	$5k$

Předchozí tabulka připomíná rozšiřování zlomků. Není to náhoda. Poměry stejně jako zlomky popisují pouze vzájemný vztah dvou čísel ne jejich konkrétní velikost.

Pedagogická poznámka: Při kontrole píšeme jednotlivé možnosti do tabulky na tabuli. Chci, aby žáci diktovali postupně všechny (myslím celočíselné, ale neříkám to) možnosti (často se objevují exponenciální řady, kde jsou na místě bílé jen mocniny dvou). Že předchozí tabulka připomíná rozšiřování zlomků, určitě někdo řekne. Pokud se

objeví hlasy, že je to přece jasné, že to nemá cenu říkat.
Někteří žáci dokonce používají i zápis $2k : 5k$.

Př. 8: Do soutěže se přihlásilo 288 nováčků a 432 účastníků předchozích ročníků. „Jak si mám pamatovat, jaký je poměr nových a starších účastníků?“, brečí hlavní organizátor. A ty mu pomůžeš!!! (je to můj velmi dobrý kamarád) Najdi co nejjednodušší vyjádření uvedeného poměru.

Poměr můžeme rozšiřovat i krátit jako zlomek.

$$\frac{432}{288} = \frac{4 \cdot 108}{4 \cdot 72} = \frac{4 \cdot 27}{4 \cdot 18} = \frac{9 \cdot 3}{9 \cdot 2} = \frac{3}{2}$$

Starší účastníci převyšují nováčky v poměru 3 : 2.

Pedagogická poznámka: Ne všichni žáci klasicky krátí. Viděl jsem například i $432 = 288 + 144 \Rightarrow 432 : 288 = 3 : 2$.

Pedagogická poznámka: Následující příklad počítám na tabuli.

Př. 9: Ovocný sirup se ředí s vodou v poměru 2 : 7. Urči, které směsi odpovídají návodu (množství sirupu udáváme první).

a) sirup: 1 l; voda 3,5 l

b) sirup: 26 ml; voda 90 ml

c) sirup: 14 l; voda 49 l

d) sirup: 140 ml; voda 40 ml

Napíšeme si poměry složek ze zadání a zkusíme je upravit na poměr 2:7.

a) $\frac{1}{3,5} = \frac{1}{3,5} \cdot \frac{2}{2} = \frac{2}{7}$ - správná směs.

b) $\frac{26}{90} = \frac{13}{45}$ - poměr nejde dál krátit a nerovná se 2:7 \Rightarrow špatná směs.

c) $\frac{14}{49} = \frac{2}{7}$ - správná směs.

d) $\frac{140}{40}$ - poměr nemá ani smysl upravovat, je určitě větší než 1 \Rightarrow špatná směs.

Poznámka: Je také možné si poměry převést na desetinná čísla a ta pak porovnávat.

Př. 10: Hrníčková buchta (dle Kateřiny Janů). Tři hrnky selské mouky hladké, hrnek cukru, hrnek mléka, půl hrnku oleje, půl hrnku strouhaných mandlí, lžička prdopeč, prdoper, jeden vanilkový cukr, vajíčko.

Urči v jakém poměru se do buchty přidává:

a) mouka a cukr

b) cukr a mléko

c) cukr a olej

d) mouka a mandle

e) cukr a prdopeč.

Kolik hrnků těsta podle receptu přibližně připravíme? Přepočítej recept tak, aby těsto, které získáme, odpovídalo přibližně objemu dvaceti pěti hrnků.

a) mouka a cukr 3 : 1

b) cukr a mléko 1 : 1

c) cukr a olej 1 : 0,5 = 2 : 1

d) mouka a mandle 3 : 0,5 = 6 : 1

e) cukr a prdopeč nemůžeme psát do poměru, protože nevíme jaký je poměr hrnečku a pytlíku s práškem.

Sečteme všechna množství udávaná pomocí hrnků: $3+1+1+0,5+0,5=6$.

Podle receptu připravíme přibližně šest hrnků těsta.

Pokud máme připravit 25 hrnků těsta, musíme ho připravit přibližně čtyřikrát více \Rightarrow všechna množství zvětšíme čtyřikrát.

Hrníčková gigabuchta (dle Kateřiny Janů): 12 hrnků selské mouky hladké, 4 hrnky cukru, 4 hrnky mléka, 2 hrnky oleje, 2 hrnky oleje strouhaných mandlí, čtyři lžičky prdopeč, 4x prdoper, 4x vanilkový cukr, 4 vajíčka. Vše nalijeme do míchačky a pečlivě mícháme.

Shrnutí: Poměr udává vzájemnou velikost dvou množství (měřených ve stejných jednotkách).